

Übungsaufgaben 3a – Der Kalkül des natürlichen Schließens

- **Kernaufgaben:** (1) *vollständig*; (2.a), (2.b), (2.c); (3.a), (3.b), (3.c); (4.a), (4.b)
 ➤ *die restlichen Aufgaben werden zur zusätzlichen Übung empfohlen*

- (1) Führen Sie folgende Ableitungen im KNS durch (nur mit den SRn $\wedge E$, $\wedge B$, $\vee E$, $\neg B$, $\rightarrow B$, $\leftrightarrow E$, $\leftrightarrow B$)

(a)	$p \wedge (q \wedge r)$	\vdash	$(p \wedge q) \wedge r$
(b)	p, q	\vdash	$(p \wedge q) \vee r$
(c)	p, q	\vdash	$((p \vee r) \wedge (q \vee r)) \vee s$
(d)	$p \wedge q, q \rightarrow \neg r$	\vdash	$(p \wedge \neg r) \wedge q$
(e)	$\neg p, \neg\neg q, q \rightarrow \neg\neg r$	\vdash	$(\neg p \vee s) \wedge r$
(f)	$\neg\neg p \wedge \neg r, p \leftrightarrow \neg\neg q$	\vdash	$q \wedge \neg r$
(g)	$p \wedge \neg\neg q, p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge s)$	\vdash	$r \wedge s$

- (2) Führen Sie die folgenden Ableitungen im KNS durch (SRn inkl. $\rightarrow E$, $\neg E$, $\vee B$):

(a)	$\neg p$	\vdash	$\neg(p \wedge q)$
(b)	$p \wedge \neg q$	\vdash	$\neg(p \rightarrow q)$
(c)	$\neg(p \rightarrow q)$	\vdash	$p \wedge \neg q$
(d)	$p, \neg p$	\vdash	q
(e)	$(p \vee q) \wedge \neg r$	\vdash	$(p \wedge \neg r) \vee (q \wedge \neg r)$
(f)	$\neg(p \vee q)$	\vdash	$\neg p \wedge \neg q$
(g)	$\neg p \wedge \neg q$	\vdash	$\neg(p \vee q)$
(h)	$p \rightarrow q \vee r, \neg r$	\vdash	$p \rightarrow q$

- (3) Beweisen Sie im KNS (SRn inkl. $\rightarrow E$, $\neg E$, $\vee B$):

(a)	\vdash	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
(b)	\vdash	$\neg(p \wedge \neg p)$
(c)	\vdash	$p \vee \neg p$
(d)	\vdash	$p \wedge \neg q \leftrightarrow \neg(p \rightarrow q)$
(e)	\vdash	$\neg p \wedge \neg q \leftrightarrow \neg(p \vee q)$

- (4) Übersetzen Sie die folgenden Schlüsse in die Al. und überlegen Sie, ob die Konklusionen aus den Prämissen ableitbar sind. Wenn ein korrekter Schluss vorliegt, führen Sie diesen im KNS vollständig durch (durch (SRn inkl. $\rightarrow E$, $\neg E$, $\vee B$)).

- (a) Wenn Maria in der Altstadt wohnt, hat sie kein Auto. Maria hat ein Auto. Also wohnt sie nicht in der Altstadt.
- (b) Wenn der Vorsitzende ein Einbrecher ist, dann ist der Schriftführer ein Trottel, wenn der Kassenwart ein Betrüger ist. Also: Wenn der Kassenwart ein Betrüger ist und der Schriftführer kein Trottel ist, dann ist der Vorsitzende kein Einbrecher.
- (c) Heute ist entweder Samstag oder Sonntag. Wenn heute Sonntag ist, wird keine Post ausgeliefert. Wenn also heute Post ausgeliefert wird, ist heute Samstag.